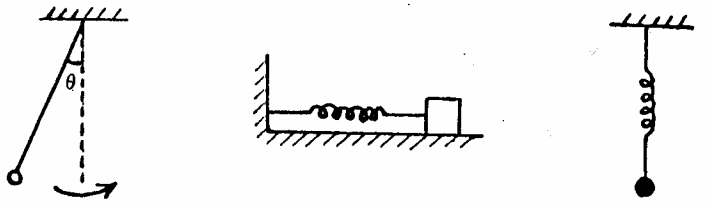
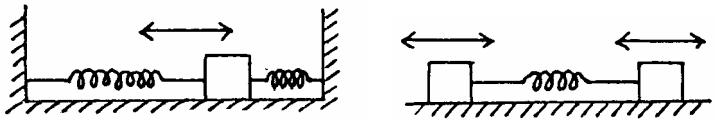
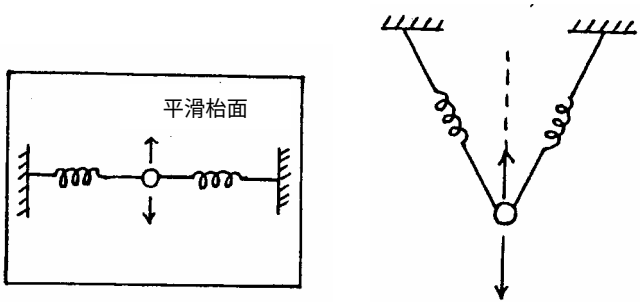
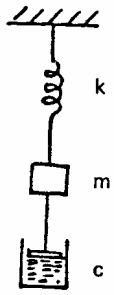
单元 9： 简谐运动

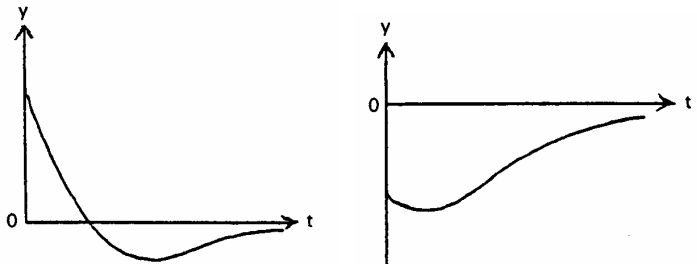
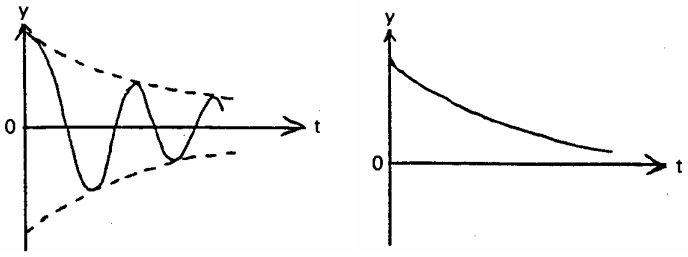
特定目标：

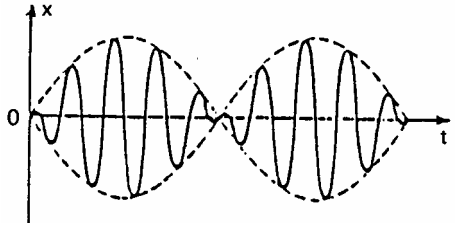
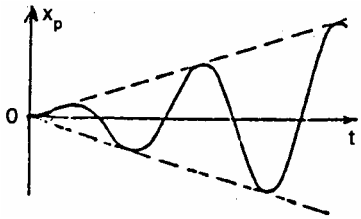
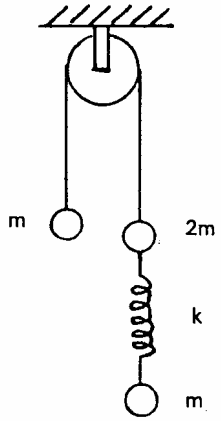
1. 认识简谐运动。
2. 认识阻尼振动及受迫振动。
3. 解有关应用题。

内 容	时 间 分 配	教 学 建 议
9.1 简谐运动	12	教师可用单摆和弹簧系统来介绍简谐运动的概念。  $\ddot{\theta}=-\frac{g}{\ell}\theta$ $\ddot{x}=-\frac{\lambda}{m\ell}x$ $\ddot{x}=-\frac{\lambda}{m\ell}x$ 学生应知道任何满足运动方程：$\ddot{x}=-\omega^2 x$ 的运动便是简谐运动。他们亦应留意方程中的负号。教师可将此单元与范畴 II (微分方程) 联系。 当学生学习了有关的概念后，教师应引导学生得出以下的基本公式： 加速度 $\ddot{x}=-\omega^2 x$ 速度 $\dot{x}=A\omega\cos(\omega t+\alpha)=\omega\sqrt{A^2-x^2}$ 位移 $x=A\sin(\omega t+\alpha)$ 周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}$ 教师应提醒学生比较加速度、速度和位移的方向。

内 容	时 间 分 配	教 学 建 议
		教师亦应与学生讨论其它简谐运动的日常例子。以下是其中的一些例子： (1) 一浮在水上的圆柱木塞垂直振动。 (2) 液体在 U 形管内振动。 (3) 如下图所示的一些复杂弹簧系统或橡皮筋系统。 (a) (b)  平滑表面 平滑表面 (c) (振幅小) (d) (振幅小)  给予学生足够的训练是非常重要的。以下是一些有代表性的例子。

内容	时间分配	教学建议
9.2 阻尼振动	3	*例一* 一质量为 m 的质点 A 置于一轻弹簧末端，且平衡地悬垂于一定点处。弹簧之模数是 K 。若另一质量为 M 的质点 B 加于 A 之上，然后放行；求这合成振动的运动方程和振幅。 *例二* 一重质点悬挂于一橡皮筋的末端，且以振幅 a 作垂直简谐运动。运动中的最高速率是 $\sqrt{nga}$ ，且 $n>1$。当质点向上移至与中心点 O 相距 x 时，拉紧的橡皮筋被切断。探究质点随后的运动，并找出它能到达的最大高度。 教师可利用弹簧系统，加入与速率成比例的阻力，来介绍阻尼振动的概念。 (看附图) 若 m 是物体的质量，c 是液体的阻尼系数，且 k 是弹簧常数，则运动方程将是以下的形式： $m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=0$ 以上的方程是二阶微分方程。若学生学习了单元 13，他们应不难解以上的方程。不然，教师可将答案直接提供给学生，而证明则留待在单元的时才讨论。  教师应与学生讨论上述微分方程的根的性质，该等性质并可划分为三类：超阻尼、 低阻尼和临界阻尼。以下四图显示在不同的初值条件下，位移 (y) 与时间 (t) 的变化。

内容	时间分配	教学建议
		 正初位移　　负初位移 *负初速度下之超阻尼谐运动*  低阻尼谐运动　　临界阻尼谐运动

内 容	时 间 分 配	教 学 建 议
9.3 受迫振动	5	*例* 一质量为 m 的质点置于一橡皮筋的末端，而橡皮筋则从一定点处悬垂。缘皮筋的自然长度是 ℓ，其弹性模数是 $5mn^2\ell$ 。当振动时，质点的运动受着一阻力的影响，而该阻力的量值是 2mn 倍其速率。质点初时位于平衡位置，其后则以速率 v 从平衡位置向下抛射。. 在此例中，学生应可证明运动方程是 $\ddot{x}+2n\dot{x}+5n^2x=0$ ，而 x 是在时间 t 的位移。教师可引导学生解以上的方程，并找出该质点瞬时静止的时间。 驱动力 F(t) 应是以下的其中一种形式：t^n、cos ωt、sin ωt、$e^{\mu t}$ 或这些函数的线性组合。教师应与学生讨论以下两种情况： (a) *无阻尼受迫振动* 这振动的运动方程是 $m\ddot{x}+kx=F(t)$ 。教师可与学生讨论如何找出方程的通解和特别解。教师应着重此类方程的解的实际意义。例如：当 $F(t) = F_0 \sin \omega t$，以下是两种情况下的特别解。 拍  共鸣 

内 容	时 间 分 配	教 学 建 议
	20	*(b) 阻尼受迫振动* 学生应不难得出运动方程为 $m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F(t)$ 若 F(t) 是已知，则方程的解可直接找到的。在某些情况下，学生是需要从已知条件中找出驱动力的数式。以下是其中一个例子。 *例* 两质点的质量分别为 m 和 2m，由一条不能伸延的绳子连接。绳子跨过一光滑的固定滑轮 (如图示) 。另一质量为 m 的质点，由一弹簧与较重的质点连接。弹簧的模数是 k 。初时弹簧没有伸长，然后所有质点从静止中放行。探究所有质点的随后运动。 在此例中，作用于第三粒质点的躯动力不是直接知道的，学生需要由有关数据求出。